

EL USO DE LAS TECNOLOGÍAS DEL APRENDIZAJE Y EL CONOCIMIENTO EN TAREAS DE CÁLCULO ARITMÉTICO EN EDUCACIÓN PRIMARIA

THE USE OF LEARNING AND KNOWLEDGE TECHNOLOGIES IN
ARITHMETIC CALCULATION TASKS IN ELEMENTARY EDUCATION

Recibido em: 12 de abril de 2022

Aprovado em: 15 de junho de 2022

Sistema de Avaliação: Double Blind Review

RCO | a. 14 | v. 2 | p. 274-295 | jul./dez. 2022

DOI: <https://doi.org/10.25112/rco.v2.3019>

María del Rosario Rodríguez-Cubillo mrosario.rodriguez@uah.es

Máster en Dirección y Gestión de Centros Educativos por la Universidad Francisco de Vitoria (Pozuelo de Alarcón/España).

Doctoranda en el Programa de Doctorado en Educación (Universidad de Alcalá/España).

Orcid: <https://orcid.org/-0002-1061-4482>

Héctor del Castillo Fernández hector.delcastillo@uah.es

Doctor en Educación por la Universidad de Alcalá (Alcalá de Henares/España).

Profesor en la Universidad de Alcalá (Alcalá de Henares/España).

Orcid: <https://orcid.org/0000-0001-7901-770X>

Blanca Arteaga-Martínez blanca.arteaga@edu.uned.es

Doctora en Educación (MIDE) por la Universidad Complutense de Madrid (Madrid/España).

Profesora en la Universidad Nacional de Educación a Distancia (Madrid/España).

Orcid: <https://orcid.org/0000-0002-1079-1526>

RESUMEN

La importancia de estimular las actividades matemáticas en el alumnado utilizando herramientas tecnológicas y manipulativas, está ligada a una mejora en el rendimiento. La introducción de las aplicaciones TAC en la enseñanza de las matemáticas ha supuesto una posibilidad de utilizar distintos registros de representación y transformaciones, que facilitan la conexión necesaria para el razonamiento durante el proceso de aprendizaje. El objetivo de esta investigación es analizar si el rendimiento en tareas de cálculo aritmético mejora en los estudiantes que han utilizado aplicaciones educativas diseñadas específicamente para el aprendizaje aritmético. Para ello se ha realizado una intervención experimental con una muestra de 575 estudiantes, de los cuales a 270 se les asignó la condición de experimental y a 305 de control. Todos ellos fueron evaluados antes y después de la intervención con el Test Evamat (GARCÍA *et al.*, 2013). El programa se fundamentó en el uso de aplicaciones dentro del ámbito del cálculo aritmético con una duración de 28 semanas. Como resultado, se obtuvo un efecto estadísticamente significativo en las habilidades de cálculo de los estudiantes con condición experimental. Estos resultados sugieren que los docentes pueden considerar la integración del software en tableta como una herramienta eficaz en las rutinas diarias, siempre que implique un desarrollo curricular contextualizado e integrado y que las aplicaciones educativas cumplan con unos requisitos de diseño específicos.

Palabras clave: EVAMAT. Sentido numérico. Aprendizaje aritmético. Cálculo aritmético. Aplicaciones TAC.

ABSTRACT

The importance of stimulating mathematical activities in students using technological and manipulative tools is linked to an improvement in their educational performance. The introduction of LKT apps in the area of mathematics has facilitated the use of different representation registers and transformations, which facilitate the necessary connection for reasoning during the learning process. The aim of this research is to analyse whether performance in arithmetic calculation tasks improves the performance of students who have used educational applications specifically designed for arithmetic learning. For this purpose, an experimental intervention was carried out with a sample of 575 students, of which 270 were assigned the experimental condition and 305 were assigned the control condition. All of them were assessed before and after the intervention with the Evamat Test (GARCÍA *et al.*, 2013). The programme was based on the use of apps in school within the field of arithmetic calculation during 28 weeks. As a result, a statistically significant effect was obtained on the numeracy skills of students in the experimental condition. These results suggest that teachers can consider the integration of tablet software as an effective tool in daily practice, when it involves contextualised and integrated curriculum development and that the educational applications ensure specific design requirements.

Keywords: EVAMAT. Number sense. Arithmetic learning. Arithmetic calculation. LKT apps.

1 INTRODUCCIÓN

La importancia del dominio competencial de las matemáticas es motivo de reflexión para los docentes, dado que regula gran parte de la actividad económica y social en la actualidad, influyendo en las ocupaciones laborales de ciencia y tecnología, que parece tendrán una demanda creciente en los siguientes años (BOND, 2018).

La adquisición de la competencia matemática por parte de los estudiantes, resulta ser una de las fundamentales durante la educación básica (WONG; CHAN, 2019). Sin embargo, los resultados de evaluación internacional (TIMSS, 2019) sitúan el nivel en rendimiento matemático de los estudiantes españoles por debajo de la media de la Unión Europea (MINISTERIO DE EDUCACIÓN Y FORMACIÓN PROFESIONAL, 2020).

Estos resultados nos ponen en alerta ante la calidad de la aprehensión por parte de los estudiantes para adquirir las habilidades fundamentales de las matemáticas, incluyendo el desarrollo del razonamiento cuantitativo, el pensamiento matemático y científico, habilidades que son necesarias para la provisión de un desarrollo profesional e individual apropiado (NCTM, 2014).

Por este motivo desde la literatura científica se apoya la importancia de promover el aprendizaje temprano de las matemáticas ya que es un predictor del desempeño futuro en esta disciplina (VERBRUGGEN *et al.*, 2021). Otra razón por la que es necesario fomentar el aprendizaje temprano de la matemática se justifica en su consideración como una ciencia jerárquica y en consecuencia es imprescindible dominar los conceptos y procedimientos simples para posteriormente comprender los más complicados (WATTS *et al.*, 2017).

Un aspecto primordial de la educación matemática es poder ofrecer elementos teóricos y didácticos al alumnado que orienten el diseño e implementación de planes y tareas de alta calidad, adaptando de manera flexible la instrucción incluyendo el uso de analogías significativas, manipulaciones y representaciones simbólicas a las necesidades de cada estudiante (BAROODY *et al.*, 2019). Así, en la actualidad se promueve proporcionar a los estudiantes actividades de alta demanda cognitiva que fomenten experiencias lúdicas, para estimular la motivación y el interés por resolverlas, con el fin de favorecer el pensamiento matemático, evitando así el aprendizaje de procedimientos mecánicos que pueden llegar a producir obstáculos futuros en el aprendizaje (CALLEJO; VILLA, 2003). Asimismo, un concepto es significativo para el estudiante si durante el proceso de construcción de aprendizaje se involucra en experiencias que son cercanas en su vida diaria (NUR *et al.*, 2021).

En este sentido el uso de la tecnología para el aprendizaje en edades tempranas se convierte en una herramienta de utilidad para incrementar la motivación en el alumnado, considerándola como una

herramienta eficaz que mejora el proceso educativo de forma significativa, integrando la enseñanza de la tecnología y las matemáticas para apoyar el desarrollo de los estudiantes en el pensamiento crítico y algorítmico y la resolución de problemas (TZAGKARAKI *et al.*, 2021). La tecnología, por tanto, puede ser una herramienta altamente significativa para la resolución de problemas puesto que suelen estar altamente contextualizados en este entorno y se aboga por un enfoque centrado en el estudiante, logrando de este modo un aprendizaje activo (WANG *et al.*, 2010). Parte de este uso tecnológico son las actividades interactivas, consideradas una herramienta apropiada para la instrucción matemática temprana en relación al cálculo aritmético (OUTHWAITE *et al.*, 2018). Estas actividades cuando se implementan en dispositivos de pantalla táctiles, pueden ayudar a los niños a adquirir los conceptos básicos de aritmética (GINSBURG *et al.*, 2019).

En este marco la adquisición de las habilidades aritméticas se convierte en uno de los puntos clave en las matemáticas básicas, debido a que estas habilidades se aplican en las actividades diarias del individuo (ZHANG *et al.*, 2019). La aritmética temprana la integran entre otras destrezas: la comprensión de la cardinalidad, el conteo y el cálculo aritmético básico (BAR; SHAUL, 2021). Por tanto, estas destrezas son esenciales, debido a que la carencia de su adquisición por parte del alumnado se relaciona con dificultades en matemáticas durante la escolarización básica (VIESEL-NORDMEYER *et al.*, 2019).

Por estas razones nos hemos propuesto como objetivo general determinar si el rendimiento en tareas de cálculo aritmético mejora, en aquellos estudiantes que utilizan aplicaciones educativas diseñadas específicamente para el aprendizaje de las matemáticas. Para responder a este objetivo, el artículo se inicia con un marco teórico que sitúa desde los resultados de la investigación existentes los dos aspectos focales, el aprendizaje del cálculo y el uso de manipuladores virtuales. Como objetivo específico se plantea determinar si la utilización de las aplicaciones educativas matemáticas influye en el desempeño en el cálculo aritmético, en función de los distintos niveles escolares.

2 SENTIDO NUMÉRICO, APRENDIZAJE TEMPRANO DEL CÁLCULO ARITMÉTICO Y EL USO DE LAS TECNOLOGÍAS DEL APRENDIZAJE Y EL CONOCIMIENTO (TAC)

El constructo *sentido numérico* se ha utilizado de forma amplia en los últimos años, reconociendo su importancia en los diferentes planes de estudios de matemáticas. El Consejo Nacional de Profesores de Matemáticas (NCTM) lo describe como la competencia de los estudiantes para ser capaces de analizar los números de forma natural dando sentido de esta forma a los números a los resultados obtenidos (NCTM, 2000). La definición del sentido numérico plantea matices a su significado por diferentes autores, pero

todos ellos han resaltado el valor del mismo en la adquisición de las habilidades matemáticas básicas (KULDAS *et al.*, 2017). En consecuencia, la adquisición del sentido numérico es indiscutible debido a que es un aspecto fundamental para la comprensión de los conceptos aritméticos necesarios para el desarrollo matemático (VORONIN, *et al.*, 2018).

La investigación centrada en el sentido numérico se ha relacionado en numerosas ocasiones con el conocimiento matemático en edades tempranas (SEITZ; WEINERT, 2022), pero no son muchas las ocasiones en que se ha experimentado con la influencia o no que podrían tener el uso de las tecnologías para el aprendizaje y la comunicación (TAC).

Las aplicaciones educativas de contenido matemático son herramientas para la adquisición del sentido numérico que están ganando popularidad a nivel internacional. Estas a su vez recogen cada vez más estudios e inversión por parte de las instituciones educativas, debido a que ofrecen la introducción de los conceptos aritméticos iniciales de forma lúdica y significativa, contextualizando el aprendizaje del estudiante, además de ayudar al desarrollo matemático del alumnado en la educación temprana (SCHACTER; JO, 2017).

Las aplicaciones multitáctiles educativas tienen dos características destacables en edades tempranas. La primera es que favorecen el desarrollo del sentido numérico en los estudiantes (BACCAGLINI-FRANK, *et al.*, 2020) y la segunda, que ofrecen retroalimentación inmediata de las tareas realizadas con elementos motivadores (OUTHWAITE, 2018). Muchas de las aplicaciones educativas se diseñan para apoyar el dominio de los hechos matemáticos básicos y el conocimiento conceptual a través de juegos y aprendizaje multisensorial, considerando al estudiante como individuo activo y participativo a través de manipulativos virtuales interactivos (OUTHWAITE *et al.*, 2019).

Por esta razón, la literatura científica actual en este ámbito respalda que el uso de las aplicaciones matemáticas educativas pueden ofrecer un aprendizaje personalizado y específico cuando reúnen ciertas características de implementación en el aula, tales como el rol del adulto como facilitador de la puesta en práctica de las aplicaciones de alta calidad a la vez que se integra en un plan de estudios global contextualizado (GULLIFORD *et al.*, 2021).

Otro de los beneficios del uso de las aplicaciones educativas matemáticas es su potencial como herramienta para ayudar en la adquisición de los conceptos matemáticos en el alumnado a través de las experiencias táctiles cuantitativas que ofrecen, ayudando de esta forma a comprender las ideas simbólicas abstractas (CARBONNEAU *et al.*, 2018), estableciendo así las conexiones necesarias para el razonamiento matemático (BEGOLLI *et al.*, 2016), además de fortalecer los vínculos entre la representación numérica simbólica y no simbólica (LISTER *et al.*, 2018).

En este sentido, Duval (2016) señala que la actividad cognitiva de enseñar y aprender matemáticas requiere la necesidad de utilizar una variedad de registros de representación y expresión, además del uso de lenguaje natural e imágenes. Esta necesidad se solventa con la función que ejercen las representaciones semióticas en las actividades matemáticas y el patrón del sistema semiótico que se emplea en las transformaciones, definidas como un procedimiento de intercambio, de una forma de representación a otra diferente (JANVIER, 1987). Esta transformación puede ser sencilla desde el uso de la aplicación, si está bien diseñada, facilitando el uso de distintos registros (figural, gráfico, simbólico, lengua natural, etc.), en la misma tarea. Por tanto, el uso apropiado de las representaciones en la enseñanza de las matemáticas es un componente destacado en el aprendizaje del alumnado, siendo el cambio de registro de representación una habilidad destacada que los estudiantes deberían de desarrollar para obtener un aprendizaje matemático más eficaz (MAINALI, 2021).

Se considera así que se puede apoyar la instrucción matemática con las aplicaciones educativas, dado que suelen incorporar manipuladores virtuales, considerados como representaciones visuales interactivas habilitadas por la tecnología de un objeto matemático dinámico, al incorporar propiedades programables que permiten manipular el objeto para de esta forma ofrecer el desarrollo de conocimiento matemático (MOYER-PACKENHAM; BOLYARD, 2016) siendo por tanto herramientas eficaces para el aprendizaje de las matemáticas (TUCKER, *et al.*, 2017).

3 METODOLOGÍA

Para dar respuesta a los objetivos de la investigación se plantea una intervención experimental con una muestra de estudiantes de Educación Primaria, en España, que detallaremos a continuación.

3.1 PARTICIPANTES

La muestra (tabla 1) está formada por cuatro centros educativos de la Comunidad de Madrid (España). Dos centros se asignaron aleatoriamente a la condición de grupo experimental y otros dos a la de grupo control. En cada uno de los centros participaron todos los estudiantes de primero a quinto curso de Educación Primaria, lo que supone un total de 575 estudiantes. Del conjunto de la muestra, 270 alumnos (47%) se asignan a la condición experimental y 305 alumnos (53%) a la condición de control. Los grupos de estudiantes estaban previamente definidos, ya que se trabajó con aulas configuradas de manera previa.

Tabla 1 – Distribución de la muestra

	Grupo		Total	
	Experimental	Control		
Curso	1º.	56	75	131
	2º.	96	102	198
	3º.	73	81	154
	4º.	19	23	42
	5º.	26	24	50
Total	270	305	575	

3.2 VARIABLES E INSTRUMENTOS

Para realizar este estudio se planteó en un diseño cuasi-experimental en el que se aplicó un programa de intervención educativa basado en el uso de aplicaciones y dispositivos móviles dentro del ámbito de las matemática.

El diseño de la investigación tiene una estructura:

$$O_1 \quad X \quad O_2$$

Donde "O₁" corresponde al diagnóstico inicial, previo a la intervención, y que se utilizó valorar la homogeneidad entre los grupos control y experimental; "X" es la aplicación de un programa de intervención educativa en el grupo experimental en la asignatura de matemáticas durante todo un curso académico, y por último, "O₂" es la evaluación final, posterior a la intervención, que permitió valorar si la intervención ha generado una mejora significativa entre los dos grupos mencionados.

El programa de intervención se consideró la variable independiente, mientras que se consideraron como variables dependientes el cálculo aritmético de distintas operaciones y con distinta tipología de números, dependiendo el nivel educativo. En relación a la dinámica de trabajo en el aula durante la intervención con el grupo experimental se utilizaron las siguientes aplicaciones: Dino Tim (2016), Monster Numbers (2014), Buddy School (2017) y Mathland (2018), todas ellas creadas por Didactoons Games S.L., empresa especializada en aplicaciones educativas.

Con la finalidad de evaluar las variables objeto de estudio antes y después de la intervención, se utilizaron como instrumentos de evaluación los Test Evamat (GARCÍA *et al.*, 2013). Se trata de un conjunto de pruebas de evaluación de la competencia matemática adaptadas a los diferentes cursos de Educación Primaria y validado por el Instituto de Evaluación Psicopedagógica EOS de Santiago de Chile.

García y sus colaboradores (2013) desarrollaron la evidencia de validez fundamentada en la estructura interna de EVAMAT, por medio de un análisis factorial confirmatorio. Los resultados mostraron que el instrumento presentaba una estructura unifactorial clara con un elevado porcentaje de varianza explicada, que fluctúa entre el 54.315% y 60.495%. Este hecho muestra dos particularidades: la primera, que es general, puesto que se muestra en todas las pruebas; la segunda, que es un factor común, debido a que se emplean los mismos contenidos y también entre las pruebas consecutivas se distribuyen items compartidos. Además, los autores encontraron la validez por medio del coeficiente de correlación de Pearson, encontrando en todas las pruebas una correlación directa y estadísticamente significativa.

Con el objetivo de obtener los datos de las variables dependientes se ha utilizado el subtest de cálculo de cada prueba de Evaluación de la Competencia Matemática (EVAMAT 0-5). Dicha subprueba ofrece información relativa a la competencia matemática básica en relación al cálculo (conceptualización de las operaciones, procedimientos de cálculo y estrategias de cálculo). Además no solo se mide el desarrollo de las capacidades, habilidades o destrezas de los estudiantes en relación a los contenidos matemáticos, sino que persigue comprobar el grado de utilidad que tiene el conocimiento conseguido en el contexto del alumnado.

Se seleccionó EVAMAT 0-5 ya que el universo de estudio está formado por estudiantes entre primer y quinto curso de Educación Primaria, siendo este instrumento adecuado para el rango de estudio de nuestra investigación.

El formato de aplicación es individual y el tiempo de realización es de 60 minutos. La calificación que se obtiene es directa, a cada acierto se le asigna un punto a favor, relacionando el puntaje directo obtenido con un centil por cada prueba del componente.

Las pruebas EVAMAT utilizadas están construidas de acuerdo a una marca temporal para cada uno de los cursos académicos, por lo tanto, la prueba utilizada antes y después de la intervención es distinta en cada uno de los niveles.

A continuación (tabla 2) se detallan las características de la prueba utilizada en cada nivel.

Tabla 2 – Pruebas que integran la batería en cada nivel

Prueba	Nivel	Tareas realizadas
EVAMAT 0-1	1º.	Cálculo mental y resolución de operaciones de suma y resta. Descomposición e identificación de números (anterior y posterior).
EVAMAT 1-2	2º.	Cálculo mental y resolución de sumas, restas y multiplicaciones. Aproximación a la decena y a la centena.
EVAMAT 2-3	3º.	Cálculo mental de sumas, restas y multiplicaciones. Relacionar divisiones con las multiplicaciones inversas.
EVAMAT 3-4	4º.	Cálculo mental y resolución de suma, resta, multiplicación y división. Aproximación a un número dado y estimación de números.
EVAMAT 4-5	5º.	Cálculo mental y realización de operaciones multidígito. Realización de operaciones con fracciones. Completar polinomios.

3.3 PROCEDIMIENTO

Respecto al procedimiento, se realizaron entrevistas previas al desarrollo del proyecto con los equipos directivos y docentes de los centros explicando el contenido de la investigación y solicitando la colaboración entre los mismos. Tras recopilar los consentimientos informados se aplicó la prueba de diagnóstico inicial EVAMAT. Posteriormente se implementó el programa de intervención en los grupos experimentales mientras que los grupos control llevaron a cabo la programación diseñada por el centro para cada curso. Finalmente, en la fase posterior a la intervención se administraron de nuevo la prueba EVAMAT correspondientes a cada edad a los grupos experimentales y control.

En todos los grupos experimentales se instalaron las aplicaciones en los dispositivos móviles que utilizaban los estudiantes en las aulas todas las aplicaciones necesarias para el desarrollo del programa. El alumnado utilizó las aplicaciones con tabletas o iPads de manera individual durante los últimos 20 minutos de la clase de matemáticas tres veces por semana durante todo el curso académico.

El profesorado había recibido formación centrada en las características de las aplicaciones y aplicabilidad en el aula. Todas las aplicaciones están indicadas para las edades comprendidas entre 1º a 5º curso de Educación primaria (6-11 años) excepto la aplicación Dino Tim que está diseñada para 1º y 2º curso (6-8 años). El alumnado podía elegir la aplicación a utilizar sin seguir un orden establecido previamente por los investigadores.

Los estudiantes del grupo control no utilizaron ninguna aplicación durante el curso académico correspondiente en la asignatura de matemáticas. Su dinámica de trabajo en el aula fue la programación didáctica definida para su curso por cada docente en su centro educativo.

3.4 ANÁLISIS DE DATOS

Todos los análisis se han realizado curso por curso. Como se ha señalado, el diseño es cuasi-experimental con grupo de control no equivalente. La prueba de Kolmogorov-Smirnov (KOLMOGOROV, 1933) desaconseja el uso de pruebas paramétricas para medir el contraste entre variables si no se cumplen los supuestos necesarios (normalidad y homocedasticidad), por lo que en cada curso se ha realizado el análisis en base a la comprobación de normalidad. De este modo, se han realizado análisis de varianza (ANOVA) y análisis de muestras emparejadas en los cursos en que se ha podido comprobar la normalidad de las variables en ambos grupos, mientras que se utilizaron las pruebas U de Mann-Whitney y suma de rangos de Wilcoxon, para comparar ambos grupos (MANN; WHITNEY, 1947; WILCOXON, 1945) en los cursos que no ha sido posible realizar análisis paramétricos, ya que son estadísticos apropiados para muestras pequeñas con grupos desiguales (MCKNIGHT; NAJAB, 2010). Los datos se analizaron con el software estadístico SPSS, v. 27.0. Se estableció un nivel de confianza del 5% para todas las pruebas.

En los resultados de este trabajo se muestran los efectos sobre las variables explicativas durante la exposición a la intervención (control/experimental), sobre las variables de estudio según los dos momentos de medición (inicial y final) y los análisis intragrupo (antes y después de la intervención) sobre estos indicadores.

Se han calculado el tamaño del efecto en todos los cursos siguiendo mediante el estadístico Delta de Cliff (LEDESMA; MACBETH; CORTADA, 2008; MACBETH; RAZZUMIEJCZYK; LEDESMA, 2011)

4 ANÁLISIS Y DISCUSIÓN

A continuación se muestra el análisis y discusión de los datos obtenidos.

4.1 ANÁLISIS DE RESULTADOS

El análisis de los supuestos de normalidad nos indica (tabla 3) que sólo en dos de los cursos (cuarto y quinto) podemos asumir normalidad ($p < .05$) en cada una de las variables (evaluación inicial y final) y en ambos grupos (experimental y control).

Tabla 3 – Supuestos de normalidad por cursos

		1°.	2°.	3°.	4°.	5°.
Inicial	Experimental	.084	.008	.026	.205	.207
	Control	.018	.016	.035	.525	.578
Final	Experimental	.057	.001	.002	.054	.170
	Control	.009	.008	.000	.352	.251

Análisis de la evaluación inicial

La situación de partida de los grupos es muy similar en todos los cursos. Para los cursos en los que no se cumplen los supuestos de normalidad, se utilizó la prueba U-Mann-Whitney para el contraste (tabla 4).

Tabla 4 – Comprobación de igualdad en la evaluación inicial. Cursos 1°, 2° y 3°

	Experimental	Rango medio		P
		Control		
Evaluación Inicial	1°.	64.04	67.46	.608
	2°.	103.14	96.08	.383
	3°.	75.75	79.08	.640

Vemos cómo el rango medio en los tres cursos presenta valores muy próximos, en ambos grupos. A la vista de los resultados no se aprecian diferencias entre el grupo experimental y el grupo control en ninguno de los tres cursos, siendo $p > .05$ en todos los casos, por lo que se justifica el inicio de la intervención

En el caso de los dos últimos cursos, se ha realizado un análisis de varianza (ANOVA) para comprobar la igualdad entre grupos (tabla 5).

Tabla 5 – Comprobación de igualdad en la evaluación inicial. Cursos 4° y 5°

	Experimental	Media		F	p
		Control			
Evaluación Inicial	4°.	55.26	49.78	.505	.401
	5°.	54.80	46.70	1.552	.219

Puesto que obtenemos $p > .05$ en ambos casos, de nuevo concluimos que las medias son iguales en la evaluación inicial de los grupos control y experimental.

Análisis tras la intervención.

Atendiendo a los resultados del análisis de los supuestos de normalidad, se ha utilizado la prueba de rangos con signos de Wilcoxon en los tres primeros cursos y la prueba t para muestras emparejadas en los dos últimos, además de realizar un análisis del tamaño del efecto a través del estadístico Delta de Cliff en todos los casos.

Primer curso

Los resultados para primero curso de Educación Primaria (tabla 6) muestran una mayor cantidad de diferencias positivas en la evaluación final con respecto al diagnóstico inicial, con un resultado estadísticamente significativo en el grupo experimental ($p < .05$). Esto confirma la mejora tras la intervención. Es interesante destacar que en el caso del grupo control los resultados no son estadísticamente significativos ($p > .05$).

Tabla 6 – Análisis tras la intervención. Curso 1º.

		Grupo	
		Experimental	Control
Diagnóstico inicial vs. Evaluación final	Diferencias negativas	5	19
	Diferencias positivas	39	31
	Empates	12	25
	Total	56	75
	Z	-4.975	-1.556
	Sig.	.000	.120

Segundo curso

En segundo curso de Primaria (tabla 7) los resultados fueron desiguales y en ambos casos estadísticamente significativas.

Tabla 7 – Análisis tras la intervención. Curso 2º.

	Grupo		
	Experimental	Control	
Diagnóstico inicial Vs. Evaluación final	Diferencias negativas	56	45
	Diferencias positivas	15	24
	Empates	25	33
	Total	96	102
	Z	-4.747	-2.408
	Sig.	.000	.016

Tercer curso

En el caso de tercero de Primaria (tabla 8), los resultados son positivos, en la misma línea que en primero de Primaria: más diferencias positivas en la evaluación final con respecto al diagnóstico inicial, con un resultado estadísticamente significativo en el grupo experimental ($p-v < 0.05$) y no significativo en el grupo control ($p-v > 0.05$), lo que confirma la mejora tras la intervención.

Tabla 8 – Análisis tras la intervención. Curso 3º.

	Grupo		
	Experimental	Control	
Diagnóstico inicial Vs. Evaluación final	Diferencias negativas	8	21
	Diferencias positivas	47	33
	Empates	18	27
	Total	73	81
	Z	-5.124	-1.497
	Sig.	.000	.134

Cuarto curso

En cuarto curso (tabla 9) los resultados muestran una diferencia significativa entre el grupo control y experimental. En el grupo control se observa que las medias del diagnóstico y la evaluación son iguales ($p-v > 0.05$), sin embargo, en el caso del grupo experimental hay diferencias estadísticamente significativas

($p-v < 0.05$). De acuerdo a los valores del intervalo de confianza, podemos señalar que los resultados son mejores tras la intervención.

Tabla 9 – Prueba de muestras emparejadas. 4º. curso

		Diferencia de media	Diferencia desviación	T	gl	Sig.
Experimental	Inicial-Final	-6.789	7.692	-3.847	18	.001
Control	Inicial-Final	-1.521	8.316	-.877	22	.390

Quinto curso

Los resultados para quinto de primaria (tabla 10) de nuevo muestran una diferencia significativa en la diferencia de medias en el grupo experimental ($p-v < 0.05$) y no en el control ($p-v > 0.05$), siendo mejores los resultados en la evaluación final que en el diagnóstico inicial.

Tabla 10 – Prueba de muestras emparejadas. 5º. curso

		Diferencia de media	Diferencia desviación	t	gl	Sig.
Experimental	Inicial-Final	-4.807	7.547	-3.248	25	.003
Control	Inicial-Final	-1.041	19.109	-.267	23	.792

Tamaño del efecto

En cuanto al tamaño del efecto (tabla 11), el estadístico Delta de Cliff reporta un valor positivo en 1º, 3º y 4º de Primaria. En estos casos, se confirma que los resultados de la evaluación final son mejores que los del diagnóstico inicial. No sucede así en 2º y 5º de Primaria, donde los resultados de la evaluación final no mejoran los del diagnóstico inicial con un efecto significativo.

Tabla 11 –Tamaño del efecto. Delta de Cliff

		Experimental	Control
Tamaño del efecto	1º.	.134	.003
	2º.	-.287	-.417
	3º.	.313	.003
	4º.	.278	.232
	5º.	-.150	-.326

Para los tres cursos en los que se confirma el efecto positivo, el grupo experimental tiene un valor más alto que el grupo control, por lo que el tamaño del efecto es mayor.

4.2 DISCUSIÓN

Este artículo informa sobre los resultados de una intervención con aplicaciones de matemáticas educativas para estudiantes de 6 a 11 años de edad en cuatro centros de educación infantil y primaria en España.

En total, 270 estudiantes recibieron intervención a través de aplicaciones educativas con tabletas durante 7 meses bajo la supervisión del profesorado. Específicamente, en este estudio se evaluaron dos formas de implementación de las aplicaciones matemáticas (tratamiento y tratamiento de tiempo equivalente) en comparación con un control de práctica estándar EVAMAT.

Para ello se utilizó un diseño cuasi experimental con grupo de control no equivalente. Los resultados mostrados se consideran importantes para la provisión de una instrucción matemática temprana a través de aplicaciones y la necesidad de aumentar el rendimiento matemático los primeros años de educación (OUTHWAITE *et al.*, 2017).

En relación a la primera parte del objetivo específico “determinar si la utilización de las aplicaciones educativas matemáticas usadas influyen en el desarrollo del cálculo aritmético, en función de los distintos niveles escolares” se ha mostrado que en los cursos de 1º, 3º, 4º, 5º existen un resultados estadísticamente significativos en el grupo experimental ($p < .001$) y no significativo en el grupo de control, confirmando la mejora tras la intervención.

En estos cursos hay más diferencias positivas en la evaluación final con respecto al diagnóstico inicial.

Con ello se verifica que la utilización de las aplicaciones educativas matemáticas elegidas para la intervención mejoran el rendimiento en las tareas de cálculo en los estudiantes de 1º a 5º salvo en 2º de educación primaria, independientemente del curso en sí.

Este análisis desglosado por niveles dentro del área de matemáticas nos indica que la tecnología de tabletas con software centrado en el alumnado es un medio eficaz para apoyar el desarrollo matemático temprano (SZKUDLAREK; BRANNON, 2018), ya que aumenta la adquisición del sentido numérico en el alumnado, aspecto fundamental para la comprensión de los conceptos aritméticos (VORONIN *et al.*, 2018).

En consecuencia, estos resultados aportan un aumento de mejoras significativas en la adquisición del cálculo aritmético en los estudiantes que han utilizado las aplicaciones matemáticas educativas en comparación a los alumnos/as que han seguido la práctica estándar, debido a que este recurso educativo ofrece la introducción de los conceptos aritméticos iniciales de forma lúdica y significativa (SCHACTER;

JO, 2017) a través de las experiencias táctiles con el fin de fortalecer los vínculos entre la representación simbólica y no simbólica (LISTER *et al.*, 2018).

Además, la condición multisensorial de las aplicaciones matemáticas y las instrucciones directas y sencillas con múltiples representaciones de información (como imágenes y animaciones interactivas) ofrecen apoyo adicional a los estudiantes para la comprensión significativa del cálculo matemático (OUTHWAITE *et al.*, 2019) puesto que la mayoría de las aplicaciones educativas matemáticas incorporan manipuladores virtuales que ofrecen desarrollo del conocimiento matemático (MOYER-PACKENHAM; BOLYARD, 2016).

Por tanto, estos datos nos sugieren que las aplicaciones educativas matemáticas pueden ser herramientas eficaces para el aprendizaje de las matemáticas (TUCKER *et al.*, 2017), respondiendo así al objetivo general "determinar si el rendimiento en tareas de cálculo aritmético mejora, en aquellos estudiantes que utilizan aplicaciones educativas". Efectivamente se puede verificar que el rendimiento en las tareas de cálculo aritmético de los estudiantes que las han utilizado ha mejorado ya que esta influencia se traduce en las mejoras significativas obtenidas en los resultados.

En relación a las implicaciones prácticas educativas se considera como aspecto fundamental, las funciones de retroalimentación inmediatas y recuperación activa integradas en el software de las aplicaciones (GULLIFORD *et al.*, 2021) ya que garantizan un aprendizaje graduado, personalizando el aprendizaje, siempre que se integren en un desarrollo curricular contextualizado.

5 CONSIDERACIONES FINALES

El aprendizaje temprano de las habilidades aritméticas, a través de la comprensión conceptual de la suma y resta, es un aspecto imprescindible para el desarrollo matemático en los primeros niveles educativos (SZKUDLAREK; BRANNON, 2018), dado que supone la base para el aprendizaje matemático posterior (SUN, 2018).

Otro aspecto relevante para aprendizaje temprano del cálculo es el hecho de que al trabajar la aritmética básica se facilita el proceso de construcción del pensamiento matemático en los estudiantes, facilitándoles la comprensión del mundo que les rodea para que puedan participar en la sociedad de una forma más autónoma (MENDIZABAL *et al.*, 2013).

A través de las evidencias presentadas en este estudio y en relación con el objetivo general se verifica que las aplicaciones TAC de matemáticas elegidas durante la intervención apoyan el desarrollo matemático temprano, necesario para la comprensión de los conceptos aritméticos. Las características

de este recurso educativo favorecen la comprensión del cálculo aritmético. Dentro de estas características podemos enumerar la condición multisensorial, instrucciones claras y sencillas e incorporación de manipuladores virtuales, ofreciendo así múltiples registros de representación del contenido. Estas características facilitan además un aprendizaje graduado para el alumnado, motivador y atractivo, colaborando para que sea más significativo para el estudiante.

Asimismo, es importante en relación a las implicaciones educativas considerar que el uso de las aplicaciones tecnológicas para la formación de contenidos matemáticos en el aula, implican un desarrollo curricular contextualizado e integrado al igual que una formación docente adecuada con el fin de obtener unos resultados eficaces en la intervención educativa.

Finalmente, este estudio se enfoca a cooperar con futuras investigaciones en relación a examinar cómo las características del diseño de cada aplicación educativa matemática pueden ayudar o dificultar las oportunidades de aprendizaje al alumnado, dependiendo de las características de diseño.

REFERENCIAS

ARAGÓN E. L. M.; RUIZ, G. G.; AGUILAR, M. V.; ARAUJO, A. H.; NAVARRO, J. I. G. (2013). Jugando con números 2: el software complementario a la instrucción matemática temprana. **TECHNO REVIEW. International Technology, Science and Society Review**, v.2, n.2. <https://doi.org/10.37467/gka-revtechno.v2.1282>

BACCAGLINI-FRANK, A.; CAROTENUTO, G.; SINCLAIR, N. (2020). Eliciting preschoolers' number abilities using open, multi-touch environments. **ZDM-Mathematics Education**, n.52, p. 779-791. <https://doi.org/10.1007/s11858-020-01144-y>

BAR, L.; SHAUL, S. (2021). Early Numeracy and Literacy Skills Among Monolingual and Bilingual Kindergarten Children. **Frontiers in Psychology**, v.12. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2021.732569>

BAROODY, A. J.; CLEMENTS, D. H.; SARAMA, J. (2019). Teaching and learning mathematics in early childhood programs. **Handbook of early childhood care and education**, p. 329- 354. <https://doi.org/10.1002/9781119148104.ch15>

BEGOLLI, K. N.; RICHLAND, L. E. (2016). Teaching mathematics by comparison: Analog visibility as a double-edged sword. **Journal of Educational Psychology**, v.108, n.2, 194-213. <https://doi.org/10.1037/edu0000056>

BOND, P. (2018). **The era of mathematics. An Independent Review of Knowledge Exchange in the Mathematical Sciences**. Engineering and Physical Sciences Research Council and the Knowledge Transfer Network. <https://epsrc.ukri.org/newsevents/pubs/era-of-maths/>

CALLEJO, M.; VILA, A. (2003). Origen y formación de Creencias sobre la resolución de problemas. Estudio de un grupo de alumnos que comienzan la Educación Secundaria. **Boletín de la Asociación Matemática Venezolana**, v.10, n.2, p.173-194.

CARBONNEAU, K. J.; SHANG, X.; ARDASHEVA, Y. (2018). Preservice educators' perceptions of manipulatives. The moderating role of mathematics teaching self-efficacy. **School Science and Mathematics**, v.118, n.7, p. 300-309. <https://doi.org/10.1111/ssm.12298>

DUVAL, R. (2016). **Un análisis cognitivo de problemas de comprensión en el aprendizaje de las matemáticas. Comprensión y aprendizaje en matemáticas: perspectivas semióticas seleccionadas** p.61-94. Colombia: Universidad Distrital Francisco José de Caldas.

GARCÍA, J.; GARCÍA, B.; GONZÁLEZ, D.; JIMÉNEZ, A.; JIMÉNEZ, E.; GONZÁLEZ, M. (2013). **EVAMAT Prueba para la Evaluación de la Competencia Matemática**. Versión 1.0 Madrid EOS.

GINSBURG, H. P.; WU, R.; DIAMOND, J. S. (2019). MathemAntics: a model for computer-based mathematics education for Young. **Journal for the Study of Education and Development, Infancia y Aprendizaje**, v.42, n.2, p. 272-298. <https://doi.org/10.1080/02103702.2019.1589966>

GULLIFORD, A.; WALTON, J.; ALLISON, K.; PITCHFORD, N. (2021). A Qualitative Investigation of Implementation of App-Based Maths Instruction for Young Learners. **Educational & Child Psychology**, v.38, n.3, p. 90-108.

JANVIER, C. (1987). Translation process in mathematics education. In C. Janvier (Ed.), **Problems of representation in the teaching and learning of mathematics**. p. 27-32. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.

KOLMOGOROV, A. (1933) Sulla determinazione empirica di una legge di distribuzione. **Giornale dell'Istituto Italiano degli Attuari**, v.4, p. 83-91.

KULDAS, S.; SINNAKAUDAN, S.; HASHIM, S.; GHAZALI, M. (2017). Calling for the development of children's number sense in primary schools in Malaysia. **Education**, v.3-13, n.45 (5), p.586-598. <https://doi.org/10.1080/03004279.2016.1143521>

LEDESMA, R.; MACBETH, G.; CORTADA DE KOHAN, N. (2008). Tamaño del efecto: Revisión teórica y aplicaciones con el sistema estadístico ViSta. **Revista Latinoamericana de Psicología**, v.40, n.3, p. 425-439.

LITSTER, K.; MOYER-PACKENHAM, P.; REEDER, R. (2018). Affordances of Simultaneous Linking Features in a Base-10 Blocks Mathematics App for Young Children. In E. Langran; J. Borup (Eds.), **Proceedings of Society for Information Technology & Teacher Education International Conference** (pp. 761-767). Washington, D.C., United States: Association for the Advancement of Computing in Education (AACE).

MACBETH, G.; RAZUMIEJCZYK, E.; LEDESMA, R. D. (2011). Cliff s Delta Calculator: Un programa para calcular el tamaño del efecto no paramétrico al comparar dos grupos de observaciones. **Universitas Psychologica**, v.10, n.2, p.545.

MAINALI, B. (2021). Representation in teaching and learning mathematics. **International Journal of Education in Mathematics, Science, and Technology (IJEMST)**, v.9, n.1, p. 1-21. <https://doi.org/10.46328/ijemst.1111>

MANN, H. B.; WHITNEY, D. R. (1947). On a test of whether one of two random variables is stochastically larger than the other. **The Annals of Mathematical Statistics**, v.18, p. 50-60.

MCKNIGHT, P. E.; NAJAB, J. (2010). **Mann Whitney U Test**. The Corsini encyclopedia of psychology, p.1-1.

MINISTERIO DE EDUCACIÓN Y FORMACIÓN PROFESIONAL (2020). **Informe TIMSS 2019. Estudio Internacional de Tendencias en Matemáticas y Ciencias**. <https://www.educacionyfp.gob.es/inee/evaluaciones-internacionales/timss/timss-2019.html>

MOYER-PACKENHAM, P. S.; BOLYARD, J. J. (2016). Revisiting the definition of a virtual manipulative. In P. S. Moyer-Packenham (Ed.), **International Perspectives on Teaching and Learning Mathematics with**

Virtual Manipulatives, p. 3–23. Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-319-32718-1_1

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS. (2014). **Principles to actions: Ensuring mathematica success for all**. Reston, VA: Author.

NCTM (National Council of Teachers of Mathematics) (2000). **Principles and Standards for School Mathematics**. Reston, VA: NCTM.

NUR, A. S.; KARTONO, K.; ZAENURI, Z.; ROCHMAD, R. (2021). The Learning Trajectory Construction of Elementary School Students in Solving Integer Word Problems. **Participatory Educational Research**, v.9, n.1, p. 404–424. <http://dx.doi.org/10.17275/per.22.22.9.1>

OUTHWAITE L (2018). **The Use of Interactive Maths Apps to Support Early Mathematical Development in UK and Brazilian Primary School Children**. PhD Thesis. UK: University of Nottingham

OUTHWAITE, L.; FAULDER, M.; GULLIFORD, A.; PITCHFORD, N. J. (2018). Raising Early Achievement in Math with interactive apps: A randomized control trial. **Journal of Educational Psychology**, v.111, n.2. <https://doi.org/10.1037/edu0000286>

OUTHWAITE, L.; GULLIFORD, A.; PITCHFORD, N. J. (2017). Closing the gap: Efficacy of a tablet intervention to support the development of early mathematical skills in UK primary school children. **Computers Education**, v. 108, p. 43–58. <https://doi.org/10.1016/j.compedu.2017.01.011>

OUTHWAITE, L.; GULLIFORD, A.; PITCHFORD, N. J. (2019). Do maths apps add value to early education? **Innovation, learning and development**, special number, p. 60–62.

SCHACTER, J.; JO, B. (2017) Improving preschoolers' mathematics achievement with tablets: A randomized controlled trial. **Mathematics Education Research Journal**, v.29, n.3, p. 313–327. <https://doi.org/10.1007/s13394-017-0203-9>

SEITZ, M.; WEINERT, S. (2022). Numeracy skills in young children as predictor of mathematical competence. **British Journal of Developmental Psychology**, v.00, p.1–18. <https://doi.org/10.1111/bjdp.12408>

SUN, X. H. (2018). Bridging whole numbers and fractions: problem variations in Chinese mathematics textbook examples. **ZDM - Mathematics Education**, v.51, n.1, p. 109–123. <https://doi.org/10.1007/s11858-018-01013-9>

SZKUDLAREK, E.; BRANNON, E. M. (2018) Approximate arithmetic training improves informal math performance in low achieving preschoolers. **Frontiers in Psychology**, v.9. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2018.00606>

TUCKER, S. I.; LOMMATSCH, C. W.; MOYER-PACKENHAM, P. S.; ANDERSON-PENCE, K. L.; SYMANZIK, J. (2017). Kindergarten children's interactions with touchscreen mathematics virtual manipulatives: An innovative mixed methods analysis. **International Journal of Research in Education and Science (IJRES)**, v.3, n.2, p. 646-665. <https://doi.org/10.21890/ijres.328097>

TZAGKARAKI, E.; PAPADAKIS, S.; KALOGIANNAKIS, M. (2021). Exploring the use of Educational Robotics in primary school and its possible place in the curricula. In Malvezzi, M.; Alimisis, D.; Moro, M. (eds). **Education in & with Robotics to Foster 21st Century Skills. Proceedings of Edurobotics. Studies in Computational Intelligence**, v.982, p. 216-229. Springer, Cham. <https://doi.org/10.1007/978-3-030-77022-819>

VERBRUGGEN S.; DEPAEPE F.; TORBEYNS J. (2021). Effectiveness of educational technology in early mathematics education: A systematic literature review. **International Journal of Child-Computer Interaction**, v.27, 100220. <https://doi.org/10.1016/j.ijcci.2020.100220>

VIESEL-NORDMEYER, N.; SCHURIG, M.; BOS, W.; RITTERFELD, U. (2019). Effects of Pre-School mathematical disparities on the development of mathematical and verbal skills in primary school children. **Learning Disabilities: A Contemporary Journal**, v.17, n.2, p.149-164.

VORONIN, I. A.; OVCHAROVA, O. N.; BEZRUKOVA, E. M.; KOVAS, Y. (2018). Cognitive and noncognitive predictors of the unified state exam performance of students from schools with regular and advanced mathematical curricula. **Psychology in Russia: State of the art**, v.11, n.4, p. 177-199. <https://doi.org/10.11621/pir.2018.0412>

WANG, F.; KINZIE, M. B.; MCGUIRE, P.; PAN, E. (2010). Applying Technology to Inquiry-Based Learning. **Early Childhood Education Journal**, v.37, p. 381–389. <https://doi.org/10.1007/s10643-009-0364-6>

WATTS, T. W.; DUNCAN, G. J.; CLEMENTS, D. H.; SARAMA, J. (2017) ¿What is the Long-Run Impact of Learning Mathematics During Preschool? **Society for Research in Child Development**, v.89, n.2, p. 539-555. <https://doi.org/10.1111/cdev.12713>

WILCOXON, F. (1945). Individual comparisons by ranking methods. **Biometrics**, v.1, p. 80-83.

WONG, T. T. Y.; CHAN, W. W. L. (2019). Identifying children with persistent low math achievement: The role of number-magnitude mapping and symbolic numerical processing. **Learning and Instruction**, v.60, p. 29-40.

ZHANG, S.; CAO, Y.; WANG, L.; LI, X. (2019). Characteristics of teaching and learning single-digit whole number multiplication in china: the case of the nine-times table. **ZDM - Mathematics Education**, v.51 n.1, p. 81-94. <https://doi.org/10.1007/s11858-018-01014-8>